

A Topografia no Sistema CR - Campeiro 7.0

Introdução a Topografia

Enio Giotto

Professor Titular da UFSM

Elódio Sebem

Professor Associado da UFSM

SUMÁRIO

1 A TOPOGRAFIA E SEU CAMPO DE ATUAÇÃO

2 DIVISÃO DA TOPOGRAFIA

Topometria

Topologia

3 OPERAÇÕES TOPOGRÁFICAS

Levantamento

Cálculo

Desenho

Locação

4 MEDIDAS LINEARES E ANGULARES

Método da Bissetriz

Teorema dos Cossenos

Principais partes de um Teodolito

Ângulos Geométricos

Ângulos Geográficos

1. A TOPOGRAFIA E SEU CAMPO DE ATUAÇÃO

A topografia é a arte e a ciência que trata do levantamento e representação de uma superfície limitada da terra, considerada plana. Esta superfície da terra é limitada em virtude da curvatura natural da terra, que não poderá ser representada em uma projeção ortogonal sem que haja deformação de medidas lineares e quadráticas.

Desta forma denominamos campo ou limite topográfico a área limitada da superfície terrestre que pode ser representada topograficamente, isto é, tal que seja admissível a abstração de sua curvatura natural (geoidal).

Sabendo-se que o globo terrestre possui o formato que mais se assemelha a um elipsóide de revolução, precisamos saber o limite da área em que podemos considerá-lo plano, pois este determina a área máxima de atuação da topografia, visto que devemos substituir uma porção da superfície terrestre originalmente curva, denominada aqui de arco, por outra porção semelhante e reta, correspondente à tangente do arco, sem acarretar diferenças acentuadas (erros de grandes proporções), o que permite-nos utilizar, em topografia, as fórmulas da geometria e da trigonometria.

Para avaliar e determinar o limite para os levantamentos topográficos devemos considerar, as seguintes dimensões aproximadas da terra:

Diâmetro equatorial \Rightarrow 12.756.799 m

Diâmetro polar \Rightarrow 12.713.838 m

Raio médio da Terra \Rightarrow 6.366.193 m \cong 6.370.000 m

Achatamento polar \Rightarrow \cong 43.000 m

Circunferência equatorial \Rightarrow 40.076.600 m

Circunferência polar \Rightarrow 39.941.600 m

A substituição do arco pela tangente só pode ser feita quando não há uma diferença, que denominamos de erro, em grandes proporções. Com isso, podemos utilizar em topografia as fórmulas da Trigonometria retilínea ou plana.

Faremos a seguir uma comparação entre arco e tangente, para podermos avaliar qual o limite para os levantamentos topográficos. Salientamos que neste estudo simplificado estamos considerando a terra esférica.

Considerando-se a FIGURA 1 abaixo, teremos:

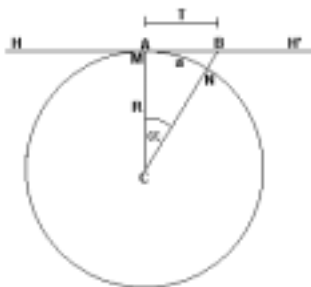


FIGURA 1. Representação esquemática da terra.

Onde:

HH' = plano tangente a superfície da terra, suposta esférica;

T = distância entre A B medida sobre o plano tangente;

MN = arco da circunferência definido pelo ângulo α ;

a = comprimento do arco;

c = centro da terra, supostamente esférica;

α = amplitude angular entre os dois alinhamentos com origem no centro da terra;

CA = raio da terra (R).

Do $\triangle C\hat{A}B$, teremos: $AB = AC \times \text{tg} \alpha$ ou $T = R \times \text{tg} \alpha$

Do círculo, teremos: $a = \frac{2\pi R \alpha}{360^\circ}$

Exemplo 1:

Tomando-se por valor médio do raio da terra 6.366.193m, e uma amplitude angular $\alpha = 30'$, tem-se:

A distância entre AB sobre o plano tangente, para $\alpha = 30'$ será:

$T = 6.366.196 \times \text{tg} 30' = 55.556,9246 \text{ m}$

O comprimento do arco para o mesmo ângulo, fica:

$$a = \frac{2 \times \pi \times 6.366.193 \times 0,5^\circ}{360^\circ} = 55.555,5143 \text{ m}$$

Portanto, a diferença entre T e a, será: $T - a = 1,4103 \text{ m}$

Este valor é o erro devido a curvatura da terra em 55,5 Km de superfície medida.

Exemplo 2:

Para $\alpha = 1^\circ$, teremos:

A distância entre AB sobre o plano tangente, para $\alpha = 1^\circ$ será:

$$T = 6.366.196 \times \operatorname{tg} 1^\circ = 111.122,3122 \text{ m}$$

O comprimento do arco para o mesmo ângulo, fica:

$$a = \frac{2 \times \pi \times 6.366.193 \times 1^\circ}{360^\circ} = 111.111,0287 \text{ m}$$

Portanto, a diferença entre T e a, será: $T - a = 11,2835 \text{ m}$

Sendo este o erro devido a curvatura da terra em 111 Km de superfície medida.

Pelos exemplos numéricos acima, vemos que o erro torna-se progressivo, à medida que se aumenta a distância levantada, motivo pelo qual é necessário limitar a extensão da área a ser medida.

Teoricamente, fixamos o erro em até no máximo 1,40 m, onde temos uma tangente em torno de 55 Km, pois, na prática, normalmente os levantamentos topográficos são bem menores do que esse limite, o que faz com que o erro fique ainda menor.

Pela NBR 14.166/98 temos a FIGURA 2 que mostra a origem do sistema topográfico local (centro) e a distância máxima a esta origem.

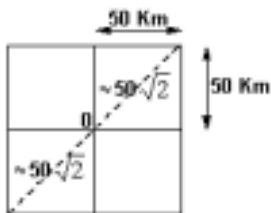


FIGURA 2. Esquema gráfico do limite topográfico.

Quando se trata de um levantamento em uma faixa estreita, mas comprida, como é o caso de projetos de estradas, canais de irrigação, oleodutos, etc., faz-se uma série de planos tangentes e a planta (mapa) resultará dos sucessivos rebatimentos ortogonais.

2. DIVISÃO DA TOPOGRAFIA

A topografia pode ser dividida esquematicamente em duas partes básicas, que são:

Topometria

A topometria esta fundamentada nos princípios da geometria aplicada que, através de aparelhos especiais, estabelece as medidas lineares e angulares, capazes de bem definirem a posição dos pontos topográficos nos planos horizontal e vertical.

Por sua vez a topometria pode ser subdividida em:

Planimetria: responsável pela medida dos ângulos e distâncias no plano horizontal, de modo a definir a posição dos pontos no terreno como se todos estivessem no mesmo plano horizontal, desta forma determinando as coordenadas **X** e **Y** dos mesmos.

Altimetria: cuida da determinação das alturas dos pontos topográficos em relação a um plano de referência, através de medidas no plano vertical, desta forma determinando a coordenada **Z** de cada ponto.

Portanto, a posição de um ponto no espaço é conhecida quando se determinam as coordenadas desse ponto, relativas aos três eixos retangulares **X**, **Y** e **Z**, como mostra a FIGURA 3.

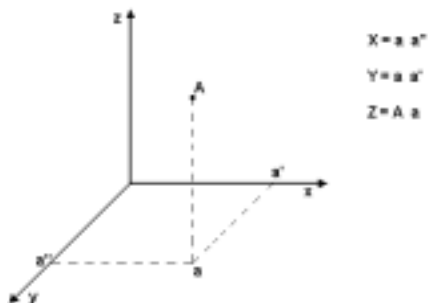


FIGURA 3. Posição de um ponto A no espaço.

Topologia

A topologia cuida do estudo das formas do relevo terrestre e das leis de sua formação, constituindo a parte artística da Topografia, de aplicação constante na representação do relevo através das curvas de nível e demais elementos.

3. OPERAÇÕES TOPOGRÁFICAS

De uma maneira geral podemos dividir as operações que envolvem a topografia da seguinte maneira:

Levantamento

O levantamento topográfico consiste na operação realizada no campo, percorrendo o terreno, e pelo qual se obtém as medidas lineares e angulares que possibilitam o cálculo e representação da superfície topográfica.

Cálculo

O cálculo topográfico na mais é do que um trabalho de escritório, com a finalidade de obtenção das coordenadas dos pontos levantados no campo, as quais serão usadas para a confecção das plantas planimétricas ou plani-altimétricas. Atualmente os *softwares* topográficos facilitaram os trabalhos de cálculo na topografia.

Desenho

O desenho das coordenadas dos pontos levantados nada mais é que a operação gráfica destinada a confeccionar a planta topográfica do terreno.

Locação

A locação é a última etapa da topografia e nada mais é que a demarcação, no terreno, de pontos importantes para o desenvolvimento das ações agropecuárias auxiliadas pelos métodos topográficos.

4. MEDIDAS LINEARES E ANGULARES

Os trabalhos de campo envolvidos pela topografia nada mais são do que a obtenção de elementos lineares (distâncias) e angulares (ângulos que formam figuras geométricas) entre os pontos que serão levantados.

A topografia tradicional mede as distâncias e ângulos definidas pelos pontos topográficos materializados através de piquetes de madeira colocados estrategicamente no campo.

As distâncias podem ser obtidas de diversas maneiras, sendo a mais tradicional a forma direta, através da utilização de trenas ou diastímetros. Como a topografia considera a terra plana as medidas lineares feitas com diastímetros devem ser feitas no plano horizontal como mostra a Figura 4.4 abaixo.

No caso de medidas inclinadas devemos transformá-las em horizontais para os cálculos das coordenadas plano-retangulares.

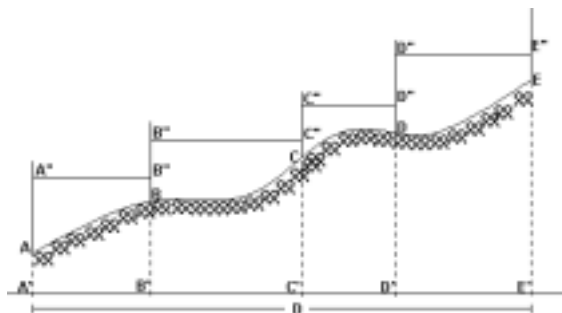


FIGURA 4. Medida de distância direta no plano horizontal.

O ângulo é dado pela diferença de direção entre duas linhas que se encontram num ponto comum chamado vértice. A amplitude angular pode ser expressada em diferentes unidades, todas basicamente derivadas da divisão da circunferência em várias maneiras. A unidade de medida angular mais usada na topografia é a sexagesimal em que a circunferência é dividida em 360 partes iguais, onde cada uma é chamada grau. O grau, por sua vez, é dividido em 60 partes iguais que recebem o nome de minutos, e o minuto é dividido em outras 60 partes iguais que recebem o nome de segundos.

Os ângulos podem ser medidos de diversas maneiras, deste a utilização de trena e balizas ou através de aparelhos topográficos chamados goniômetros.

Podemos medir os ângulos com trena e baliza através de dois diferentes processos, os quais são:

Método da Bissetriz

A bissetriz é a linha imaginária que divide qualquer ângulo em dois de igual amplitude. Desta maneira podemos proceder da seguinte maneira para medirmos um ângulo qualquer:

Tendo-se um alinhamento AB e outro alinhamento BC, com o vértice em B, para conhecermos o ângulo formado por esses alinhamentos devemos medir sobre os alinhamentos AB e BC uma distância BC' e BC'' igual. Com a criação dos pontos C' e C'' medimos a distância entre eles e dividimos a mesma ao meio obtendo-se desta forma o ponto por onde a bissetriz passa. Com isso teremos a formação de dois triângulos retângulos iguais, onde poderemos utilizar as relações trigonométricas pertinente para o cálculo do ângulo.

O FIGURA 5 abaixo mostra um exemplo numérico deste procedimento de campo.

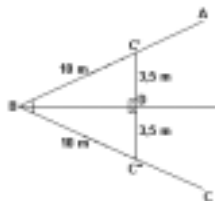


FIGURA 5. Método da bissetriz.

$$C'D = C''D = 3,5m \text{ e o ângulo } C'BD = C''BD = \frac{B}{2}$$

pela fórmula, sabemos que: $\text{sen} \frac{B}{2} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

No exemplo acima temos:

$$\text{sen} \frac{B}{2} = \frac{DC''}{C''B} = \frac{3,5}{10} = 0,35, \text{ logo } \frac{B}{2} = 20^{\circ}29'14'' \Rightarrow B = 40^{\circ}58'29''$$

Teorema dos Cossenos

Para determinarmos um ângulo através do teorema dos cossenos basta medirmos os três lados do triângulo formado pelos alinhamentos AB e AC, como mostra a FIGURA 6 abaixo.

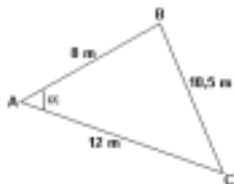


FIGURA 6. Teorema dos Cossenos.

Sendo \hat{A} o ângulo procurado, então a fórmula fica:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \hat{A}$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2.b.c.\cos \hat{A} \quad .(-1)$$

$$2.b.c.\cos \hat{A} = b^2 + c^2 - a^2$$

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{12^2 + 8^2 - 10,5^2}{2.12.8} \Rightarrow \cos \hat{A} = 0,509115$$

$$\hat{A} = 59^\circ 23' 42''$$

Os teodolitos são goniômetros de precisão que servem para medir ângulos de qualquer natureza, tanto horizontais como verticais.

O ângulo horizontal é obtido a partir da projeção dos alinhamentos num plano horizontal e dado pela diferença de suas direções.

Devemos observar que para medir corretamente um ângulo horizontal é necessário que:

⇒ O teodolito esteja perfeitamente centrado no vértice, isto é, com o centro ótico do instrumento coincidindo com a vertical da estação materializada pelo ponto topográfico.

⇒ As balizas ou miras que sinalizam A e B esteja perfeitamente na vertical destas estações e que as visadas nestas sejam feitas nos respectivos centros de perfil.

⇒ O teodolito esteja perfeitamente retificado e nivelado, para que as medidas angulares, tanto horizontais como verticais, sejam realizadas nos respectivos planos.

Principais partes de um Teodolito

Essencialmente, os teodolitos são constituído das seguintes partes principais:

Base: parte inferior que serve para sustentação e fixação do instrumento na plataforma de um tripé e onde estão localizados os parafusos calantes destinados ao nivelamento da base e verticalidade do eixo vertical, também denominado de eixo principal.

Limbo horizontal: círculo graduado em graus ou grados, solidário e normal ao eixo principal, com movimentação de rotação em torno deste eixo, o qual é controlado por um parafuso de pressão e outro de chamada ou diferencial, sendo este movimento chamado de movimento geral.

Alidade: coroa circular concêntrica ao limbo horizontal, na qual está gravado um vernier, com dois montantes que suportam um eixo horizontal ou secundário normal ao eixo principal e em torno do qual gira a luneta; da mesma forma que o limbo horizontal, a alidade possui movimento de rotação em torno do eixo principal, dito movimento particular, o qual é controlado por dois parafusos, o de pressão e o de chamada.

Limbo vertical: coroa circular graduada solidária ao eixo secundário em uma de suas extremidades e disposta normalmente a este eixo. Ao girar em torno do eixo secundário, a luneta arrasta o círculo vertical em torno de um vernier concêntrico ao limbo, sendo este movimento controlado por parafusos de pressão e de chamada.

Níveis de calagem: são níveis de bolha montados na base, no plano da alidade e na luneta com a finalidade de acusar a verticalidade do eixo principal e a horizontalidade do eixo secundário.

Microscópios de leitura: existentes apenas nos teodolitos ópticos para leitura de ângulos horizontais e verticais no mesmo campo visual da luneta.

Os ângulos topográficos no plano horizontal são os mais importantes em topografia, e podem ser divididos em ângulos geométricos e ângulos geográficos.

Os valores destes ângulos são ditos observados, quando forem medidos diretamente no campo, e calculados, se deduzidos de modo indireto, pelo cálculo.

Ângulos Geométricos

São os ângulos que nos dão a condição de conhecer as formas e dimensões da porção levantada e são divididos em três grupos, conforme a maneira de obtê-los, mostrados a seguir (FIGURA 7):



FIGURA 7. Ângulos topográficos geométricos.

⇒ Ângulos internos: a amplitude de um ângulo interno varia de 0° a 360° e é dada pela diferença de direção de dois alinhamentos, em que o vértice é o encontro dos dois, possuindo o arco voltado para dentro da poligonal. Este método é o mais usado, quando vamos medir uma poligonal fechada.

O método é simples de ser executado e oferece condições de reversão de seu fechamento, isto é, após ter-se medido todos os ângulos internos. O somatório dos ângulos internos de um polígono fechado deverá ser igual ao valor dado pelo fórmula:

$$\sum A_i = 180^\circ \cdot (n - 2)$$

onde: $\sum A_i$ = somatório dos ângulos internos.

n = é o número de vértices da poligonal

$(n - 2)$ = número de triângulos formados por um poligonal fechada

180° = somatório dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Toda a diferença que for encontrada é denominada de erro, que terá, em poligonais fechadas, o limite máximo permitido dado pela fórmula:

$$T = p\sqrt{n}$$

onde: T = tolerância de erro admitida.

p = é a precisão do aparelho usado.

n = é o número de vértices da poligonal.

Exemplo: Foi levantada uma poligonal com 9 vértices. Somados os seus ângulos internos, obteve-se o valor de 1260° 02' 20".

Pela fórmula $\sum A_i = 180^\circ(n-2)$, temos 1260°

Logo o erro é de 2' 20"

Sabendo que a precisão do aparelho é de 1', o limite máximo permitido de erro é $T = 1' \cdot \sqrt{9}$, portanto $T = 3'$.

O levantamento está dentro da tolerância de erro admitida para o levantamento executado.

⇒ Ângulos externos: a amplitude de um ângulo externo varia de 0° a 360° e é dado pela diferença de direção de dois alinhamentos em que o vértice é o encontro dos dois, possuindo o arco voltado para fora da poligonal.

As condições de fechamento em poligonais fechadas são dados pelo somatório angular que deve ser igual ao valor dado pela fórmula:

$$\sum Ae = 180^\circ \cdot (n + 2)$$

onde: $\sum Ae$ = Somatório dos ângulos externos.

n = é o número de vértices levantados.

Este método é o mesmo usado nos levantamentos topográficos em geral.

$$\text{Então temos: } \sum Ai = 180^\circ \cdot (n - 2) \text{ e } \sum Ae = 180^\circ \cdot (n + 2)$$

⇒ Ângulos de deflexão: o ângulo de deflexão é formado pelo prolongamento de um lado do polígono com o lado seguinte, cujo encontro de seus alinhamentos forma o seu vértice.

A deflexão varia para a direita (D) ou para a esquerda (E), dependendo da direção que toma o lado seguinte. Convenciona-se que a deflexão é para a direita ou para a esquerda, quando o observador, colocado sobre o lado que será prolongado e olhando o prolongamento, vê o lado seguinte à sua direita ou à sua esquerda (FIGURA 8).



FIGURA 8. Ângulos de deflexão a direita e a esquerda.

A amplitude do ângulo de deflexão varia de 0° a 180° . O uso da deflexão é mais comum em poligonais abertas, porém pode ser usado em poligonais fechadas.

Para verificarmos se as deflexões estão corretas em poligonais fechadas, basta somar as deflexões à direita e as deflexões à esquerda, separadamente, e subtrair a maior da menor e o resultado tem que ser igual a 360° .

Em poligonais abertas, a verificação só é possível através da determinação do azimute verdadeiro do primeiro e do último alinhamento; através destes azimutes, calcula-se os demais, inclusive o último que deverá se igual ao determinado. Porém, a presente determinação só é possível em poligonais inferiores a 50 Km. Caso a poligonal exceda a este limite, deve-se calcular a convergência meridiana.

Exemplo: Calcule o erro cometido no levantamento da poligonal fechada abaixo:

Vértice	Deflexões
1	$110^{\circ} 10' 20''$ D
2	$93^{\circ} 15' 10''$ E
3	$15^{\circ} 20' 10''$ E
4	$105^{\circ} 10' 20''$ D
5	$142^{\circ} 20' 40''$ D
6	$110^{\circ} 54' 00''$ D

$$\Sigma A_{dd} = 468^{\circ} 35' 20''$$

$$\Sigma A_{de} = 108^{\circ} 35' 20''$$

$$\text{diferença} = 360^{\circ}$$

Conclusão: Não foi cometido nenhum erro de medição dos ângulos de deflexão do exemplo acima.

Ângulos Geográficos

Ao confeccionar uma planta topográfica, oriunda de dados levantados no campo, através de ângulos e distâncias, embora tais dados nos forneçam as formas e dimensões corretas da região levantada, torna-se necessário ter-se um ponto de referência, relativamente imutável, no qual vamos basear nossas operações.

Em topografia usamos como referência a linha norte-sul, chamada linha meridiana. Para isso devemos determinar.

⇒ Azimute: em topografia, Azimute é o ângulo formado a partir do Norte (Verdadeiro ou Magnético) até o alinhamento considerado, ângulo este medido sempre no sentido positivo, ou seja, no sentido dos ponteiros do relógio. A amplitude do Azimute varia de 0° a 360° .

⇒ Azimute Magnético: é quando o meridiano considerado é determinado através de bússola, instrumento que dá a linha que une os pólos magnéticos da terra. O Azimute Magnético varia de lugar para lugar e no mesmo lugar, conforme a época (FIGURA 9).



FIGURA 9. Azimute magnético.

⇒ Azimute Verdadeiro: é quando o meridiano considerado é determinado por processos astronômicos que fornecem a linha a qual une os pólos verdadeiros da terra (FIGURA 10).

⇒ Azimute Recíproco: é o azimute relativo ao sentido contrário de um mesmo alinhamento, isto é, parte-se de uma mesma origem, mas conta-se no sentido contrário aos ponteiros do relógio. É também chamado de Contra-Azimute (FIGURA 11).



FIGURA 10. Azimute Verdadeiro.



FIGURA 11. Azimute Reciproco.

⇒ Declinação Magnética: é a diferença entre Azimute Verdadeiro e Azimute Magnético. A declinação magnética é leste, quando o norte magnético está a leste do norte verdadeiro e oeste, quando o norte magnético está a oeste do norte verdadeiro (FIGURA 12).



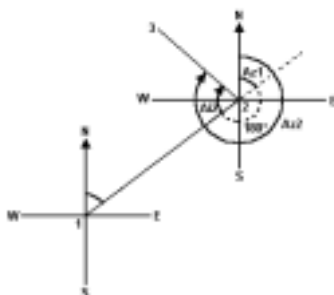
FIGURA 12. Declinação Magnética.

Cálculo de Azimute:

Cálculo do azimute no sentido anti-horário em poligonal fechada:

em um levantamento por caminhada, geralmente, mede-se os ângulos do polígono pelo método dos ângulos internos e no sentido positivo. Sendo que o Azimute do primeiro alinhamento deve ser obtido no campo e os demais poderão ser calculados, através de fórmulas que estudaremos a seguir.

1º Caso:



$$Az_{n-1} + Ai_n < 180^\circ$$

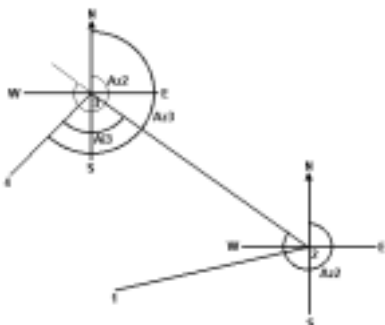
Posso dizer:

$$Az_2 = Az_1 + Ai_2 + 180^\circ$$

ou

$$Az_n = Az_{n-1} + Ai_n + 180^\circ$$

2º Caso:



$$Az_{n-1} + Ai_n > 180^\circ$$

Posso dizer:

$$Az_3 = Az_2 + Ai_3 - 180^\circ$$

ou

$$Az_n = Az_{n-1} + Ai_n - 180^\circ$$

Portanto, para calcularmos o Azimute, basta que tenhamos o Azimute anterior e ângulo interno, como vimos na explicação gráfica, e a fórmula geral fica:

$$Az_n = Az_{n-1} + Ai_n \pm 180^\circ$$

Usando (+) quando a soma do $Az_{n-1} + Ai_n$ for menor do que 180° e usando (-) quando a soma do $Az_{n-1} + Ai_n$ for maior do que 180° .

Exemplo:

Vértices	Ângulos Internos	Azimutes Calculados
1	92° 23'	70° 10'
2	55° 10'	305° 20'
3	32° 27'	157° 47'
Soma	180° 00'	

$$Az_n = Az_{n-1} + Ai_n \pm 180^\circ$$

$$Az_2 = Az_{2-1} + Ai_2 + 180^\circ = 70^\circ 10' + 55^\circ 10' + 180^\circ \therefore Az_2 = 305^\circ 20'$$

$$Az_3 = Az_{3-1} + Ai_3 - 180^\circ = 305^\circ 20' + 32^\circ 27' - 180^\circ \therefore Az_3 = 157^\circ 47'$$

Para se saber se os Azimutes calculados estão certos, basta somar o último azimute calculado ao primeiro ângulo interno compensado e somar ou subtrair 180° . O valor, assim obtido, deve ser igual ao primeiro Azimute lido no campo.

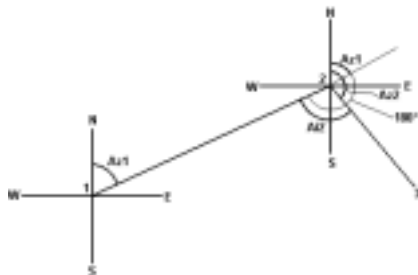
$$\text{No exemplo} \Rightarrow \text{Prova: } 157^\circ 47' + 92^\circ 23' - 180^\circ = 70^\circ 10'$$

Portanto, o cálculo dos Azimutes está correto.

Cálculo do Azimute no sentido horário em poligonal fechada: o cálculo dos azimutes no sentido horário, a partir dos ângulos internos, é feito através da seguinte fórmula:

$$Az_n = Az_{n-1} + 180^\circ - Ai_n$$

Veja explicação gráfica:



Exemplo: O cálculo do azimute no sentido horário conhecidos os ângulos internos, é feito da seguinte maneira:

Vértices	Ângulos Internos	Azimutes Calculados.
1	92° 23'	337° 47'
2	32° 27'	125° 20'
3	55° 10'	250° 10'

$$Az_n = Az_{n-1} + 180^\circ - Ai_n$$

$$Az_2 = Az_{2-1} + 180^\circ - Ai_2 = 337^\circ 47' + 180^\circ - 32^\circ 27' \therefore Az_2 = 485^\circ 20'$$

$$Az_2 = 485^\circ 20' - 360^\circ \therefore Az_2 = 125^\circ 20'$$

$$Az_3 = Az_{3-1} + 180^\circ - Ai_3 = 125^\circ 20' + 180^\circ - 55^\circ 10' \therefore Az_3 = 250^\circ 10'$$

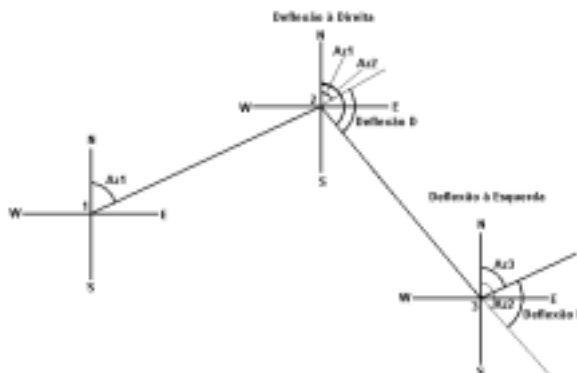
Observação: O cálculo do azimute no sentido horário é normalmente feito no caso de calcularmos a área pelo método de determinantes e o cálculo do azimute no sentido anti-horário é feito normalmente quando a área for calculada pelo método analítico.

Cálculo do azimute em poligonais abertas ou fechadas, cujos ângulos foram medidos por deflexão: Para se calcular o azimute de um alinhamento pelo método de deflexão, procedemos da seguinte maneira:

1ª Hipótese \Rightarrow Quando o ângulo de deflexão for à direita, deve ser somado ao azimute anterior, pois ambos são contados para o mesmo lado.

2ª Hipótese \Rightarrow Quando o ângulo de deflexão for à esquerda, deve ser diminuído do azimute anterior, pois o azimute é medido no sentido horário e o ângulo no sentido anti-horário.

Vejamos:



$$Az_n = Az_{n-1} + Deflexão D_n$$

$$Az_n = Az_{n-1} - Deflexão E_n$$

Prova em poligonais fechadas: Confere-se o cálculo dos azimutes, somando o azimute do último alinhamento ao primeiro ângulo de deflexão, se este for à direita ou diminuindo do azimute do último alinhamento o primeiro ângulo de deflexão, quando este for à esquerda. O resultado deve ser igual ao azimute do primeiro alinhamento.

Prova em poligonais abertas: Menor do que 50 Km, levanta-se o Azimute do primeiro e do último alinhamento. Através do 1º Azimute, calcula-se os restantes. O último azimute calculado deve ser igual ao levantado no campo. Caso o resultado não seja igual, temos três possibilidades de erro:

- 1ª - Os azimutes não foram bem calculados;
- 2ª - Os ângulos de deflexão contêm erros;
- 3ª - Os azimutes do 1º e do último alinhamento determinados no campo contêm erro.

Exemplo: Levantou-se uma poligonal fechada, pelo método das deflexões e o 1º azimute determinado no campo foi 145º 10'. O cálculo dos demais azimutes, através das deflexões que seguem é o seguinte:

Vértices	Ângulos de Deflexão	Azimutes Calculados
1	74º 48' D	145º 10'
2	94º 46' D	239º 56'
3	50º 08' E	189º 48'
4	105º 00' D	294º 48'
5	89º 37' D	24º 25'
6	45º 57' D	70º 22'

$$Az_2 = Az_{2-1} + \text{Deflexão } D_2$$

$$Az_2 = 145^\circ 10' + 94^\circ 46' = 239^\circ 56', \text{ assim para os outros azimutes.}$$

$$\text{Prova: } 70^\circ 22' + 74^\circ 48' = 145^\circ 10'$$

⇒ Rumos: É o menor ângulo, formado a partir do Norte ou do Sul, mais próximo, até o alinhamento, contado no sentido horário ou anti-horário e sempre acompanhado das letras que lhe dão a orientação (quadrante que está o alinhamento) e tem como amplitude de 0° a 90° (FIGURA 13).

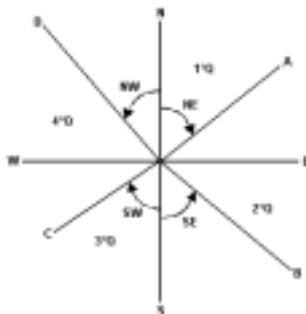


FIGURA 13. Rumos.

Conversão de rumos em azimutes e vice-versa: Em muitos trabalhos de topografia, temos que calcular os Rumos, a partir dos azimutes e vice-versa. Assim devemos observar a relação entre rumos e azimutes para cada quadrante:

1º Quadrante:



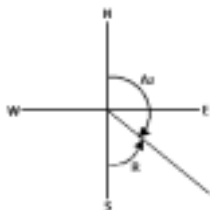
Pelo gráfico ao lado temos: Por definição, o azimute e o Rumos são iguais no 1º quadrante, pois, ambos partem do norte e vão até o alinhamento, sempre no sentido horário.

$$\text{Então: } R = Az \text{ NE} \quad \text{ou} \quad Az = R$$

Exemplos:

1. Se o rumo de um alinhamento é 50° NE, o azimute deste alinhamento é 50° .
2. Se o azimute de um alinhamento é 40° , o rumo deste alinhamento é 40° NE.

2º Quadrante:



Podemos perceber que, no segundo quadrante, o rumo parte do sul e vai até o alinhamento. Portanto, se somarmos o rumo ao azimute, teremos 180° .

Assim: $R = 180^\circ - Az$ SE e

$$Az = 180^\circ - R$$

Exemplos:

1. Se o rumo de um alinhamento é 20° SE, o azimute é 160° ($180^\circ - 20^\circ$).
2. Se o azimute de um alinhamento é 145° , o rumo é 35° SE ($180^\circ - 145^\circ$ SE).

3º Quadrante:



No terceiro quadrante, o rumo também parte do sul e vai até o alinhamento. Com isso, o rumo e azimute têm uma diferença de 180° .

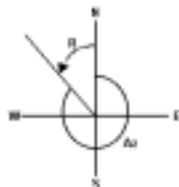
Então: $R = Az - 180^\circ$ SW e

$$Az = 180^\circ + R$$

Exemplos:

1. Se o rumo de um alinhamento é 25° SW, o azimute é 205° ($180^\circ + 25^\circ$).
2. Se o azimute de um alinhamento é 230° , o rumo é de 50° SW ($230^\circ - 180^\circ$ SW).

4º Quadrante:



No quarto quadrante, o rumo parte do norte e vai até o alinhamento, no sentido anti-horário. Portanto, se somarmos o rumo ao azimute, teremos 360° .

Assim: $R = 360^\circ - Az$ NW e

$$Az = 360^\circ - R$$

Exemplos:

1. Se o rumo de um alinhamento é 47° NW, o azimute é de 313° ($360^\circ - 47^\circ$).
2. Se o azimute de um alinhamento é de 350° , o rumo é de 10° NW ($360^\circ - 350^\circ$ NW).

